

# Preliminares

## Problemas de Cálculo de I.T.I.

1. Representa los siguientes subconjuntos de  $\mathbb{R}$  y expresa mediante intervalos:

- a)  $\{x \in \mathbb{R} : |x - 1| < 2\}$       b)  $\{x \in \mathbb{R} : 4 < |x - 8| \leq 10\}$       c)  $\{x \in \mathbb{R} : |2x + 5| \leq 7\}$   
d)  $\{x \in \mathbb{R} : |6x - 24| > 12\}$       e)  $\{x \in \mathbb{R} : 0 < |x - 1| < 2\}$       f)  $\{x \in \mathbb{R} : |x + 5| > 3\}$   
g)  $\{x \in \mathbb{R} : |2x + 5| \geq x\}$       h)  $\{x \in \mathbb{R} : x \leq |3x - 6| \leq 2x\}$       i)  $\left\{x \in \mathbb{R} : |x - 4| > \frac{2}{3}\right\}$

2. Representa los siguientes subconjuntos de  $\mathbb{R}^2$ :

- a)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \|(x, y) - (1, 1)\| < 4\}$       b)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < \|(x, y) - (4, 1)\| < 5\}$

3. Representa gráficamente las siguientes funciones:

- a)  $f(x) = 2x + 1$       b)  $f(x) = -x^2 + 1$   
c)  $f(x) = x^2 - 1$       d)  $f(x) = -x(x + 3)(x + 4)$   
e) recta que pasa por los puntos  $(1, 1)$  y  $(3, 2)$   
f) recta de pendiente  $-3$  y que pasa por el punto  $(2, 0)$   
g)  $f(x) = \operatorname{sen} \frac{x}{2}$       h)  $f(x) = e^{5x}$   
i)  $f(x) = \frac{\ln x}{5}$       j)  $f(x) = \frac{1}{2^x}$

4. Dadas  $f(x) = \sqrt{2x^2 + 5}$  y  $g(x) = x^2 - 5$ , calcula

- a)  $f(x) + g(x)$       b)  $f(x)g(x)$       c)  $\frac{f(x)}{g(x)}$   
d)  $(f \circ g)(x)$       e)  $(g \circ f)(x)$       f)  $f(g(7x))$

5. Expresa las siguientes funciones como composición de otras dos:

- a)  $F(x) = 2x^4 - x^2$       b)  $F(x) = \frac{1}{x^2 + 9}$   
c)  $F(x) = (x - 1)^2 + 6\sqrt{x - 1}$       d)  $F(x) = 5 + |4x - 1|$

6. Calcula los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 x + 2x}{x + x^2}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1)^3 \operatorname{sen} \left( \frac{1}{x - 1} \right)^3$

f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + x^2 + 3}{x^2 + 1}$

g)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x} - x$

h)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 1}$

i)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^5 + 7x^3 + 2$

7. Estudia la continuidad de las siguientes funciones y extiéndelas, si es posible, a puntos que no sean de su dominio.

(a)  $f(x) = \frac{|x|}{x}$

(b)  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3}$

(c) función *parte entera* denotada por  $[[x]]$  que se define como

$$[[x]] = \text{el mayor número entero } n \text{ tal que } n \leq x$$

(d)  $f(x) = [[\operatorname{sen} x]]$  definida en  $[0, 2\pi]$

(e)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \\ 1 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

(f)  $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$ .

# Test preliminares

## Problemas de Cálculo de I.T.I.

- El intervalo  $[-2, 4]$  corresponde al subconjunto de  $\mathbb{R}$ 
  - $\{x \in \mathbb{R} : |x - 1| < 2\}$
  - $\{x \in \mathbb{R} : |x| \leq 2\}$
  - $\{x \in \mathbb{R} : |x - 1| \leq 3\}$
  - $\{x \in \mathbb{R} : |x + 2| \leq 4\}$
- El subconjunto de  $\mathbb{R}$  dado por  $\{x \in \mathbb{R} : x \leq |3x - 6|\}$  corresponde a
  - $[0, 3]$
  - $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right] \cup [3, \infty)$
  - $[3, 6]$
  - $\left(\frac{3}{2}, \infty\right)$
- La pendiente de la recta  $15x - 5y + 25 = 0$  es
  - 3
  - 5
  - 15
  - ninguna de las anteriores
- ¿Cuál de las siguientes funciones reales es una parábola?
  - $f_1(x) = x^{\frac{1}{2}}$
  - $f_2(x) = (x - 1)^2$
  - $f_3(x) = x^3 + x^2 + x - 3$
  - $f_4(x) = \sqrt{9x^4 + 4x^2}$
- Dadas  $f(x) = x^2$  y  $g(x) = 2^x$  se verifica
  - $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x) = 4^x$
  - $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x) = 2^{x^2}$
  - $(f \circ g)(x) = 4^x$
  - $f(x)g(x) = (2x)^{x+2}$
- El límite  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}$  es igual a
  - $\infty$
  - 0
  - $\frac{1}{2}$
  - $\sqrt{2}$
- Dada la función  $f(x) = \frac{|x|}{x^2 + x}$  definida en  $\mathbb{R} - \{-1, 0\}$  se verifica:
  - $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$
  - $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$
  - $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$
  - no existe  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

8. Una función real de variable real  $f(x)$  es continua en un punto  $a$  de su dominio si

- a)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$                       b)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$   
c)  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$               d) ninguna de las anteriores

9. Para  $a$  y  $b$  números reales, la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen} x}{x} & \text{si } x < 0 \\ a & \text{si } x = 0 \\ -x^2 + x + b & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

es continua si

- a)  $b \in \mathbb{R}$  y  $a \neq b$                       b)  $b \neq 1$  y  $a = b$   
c)  $a = -1$  y  $b = 2$                       d)  $a = 1$  y  $b = 1$

10. La función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \\ \frac{2x - \operatorname{sen} x}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

verifica

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \infty$               b)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$   
c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$                       d) es continua