Ingeniería Técnica Diseño Industrial. 2007-2008.
FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS

OPTIMIZACIÓN

1. Un granjero tiene 200 mts de tela metálica que va a utilizar para construir tres lados de un corral rectangular haciendo uso, como cuarto lado del corral, de un muro recto que ya existe. ¿Qué dimensiones maximizarán el área del corral?

2. Una lámina metálica rectangular mide 5 m. de ancho y 8 m. de largo. Se van a cortar cuatro cuadrados iguales en las esquinas para doblar la pieza metálica resultante y soldarla para formar una caja sin tapa. ¿Como debe hacerse para obtener una caja del máximo volumen posible?

3. Hallar los puntos de la gráfica de $y = 4 - x^2$ que están más próximos y más alejados del punto $(0, 2)$.

4. Determina los puntos sobre la curva $x^2y = 2$ más próximos al origen.

5. Determina los extremos relativos de las siguientes funciones:

   (a) $f(x, y) = 2x^2 + y^2 + 8x - 6y + 20$
   (b) $f(x, y) = -x^3 + 4xy - 2y^2 + 1$
   (c) $f(x, y) = 1 - x^2 + y^2$
   (d) $f(x, y) = x^2 - 2xy^2 + y^4 - y^5$
   (e) $f(x, y) = \mathrm{e}^{x^2+y^2+1}$
   (f) $f(x, y) = 1 - \sqrt[3]{x^2 + y^2}$
   (g) $f(x, y) = x^2y^2$

6. Determina el valor de tres números reales cuya suma sea 1000 y cuyo producto sea máximo.

7. Se pretende construir unja caja rectangular sin tapa de volumen 12 litros. El material para el fondo cuesta 4 euros el decímetro cuadrado, el de dos de los laterales a 3 euros y el de los otros dos a 2 euros. Qué dimensiones de la caja tiene un coste de fabricación mínimo?

8. Halla las dimensiones de una caja rectangular abierta con superficie A y volumen máximo.

9. Halla la distancia más corta entre el punto $(2, 1, -1)$ y el plano $4x - 3y + z = 5$.

10. Una caja rectangular descansa sobre el plano XY con un vértice en el origen. Halla el volumen máximo de la caja si su vértice opuesto al origen pertenece al plano $6x + 4y + 3z = 24$.

11. Determina los extremos de las siguientes funciones sujetos a las restricciones que se indican en cada caso:

    (a) $f(x, y) = 4xy$ sujeto a $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{16} = 1$
    (b) $f(x, y) = xy$ sujeto a $x + y = 10$
    (c) $f(x, y) = x^2 + y^2$ sujeto a $x + y - 4 = 0$
    (d) $f(x, y) = x^2 - y^2$ sujeto a $y - x^2 = 0$
    (e) $f(x, y) = xy$ sujeto a $x^2 + y^2 + xy = 4$
    (f) $f(x, y) = x^2 + y^2 - x - y + 1$ sujeto a $x^2 + y^2 = 1$

12. Halla el punto de la recta, intersección de los planos $x - y = 2$, $x - 2z = 4$ que es más próximo al origen de coordenadas.

13. Calcula el volumen máximo posible de una caja rectangular con sus caras paralelas a los planos coordenados y que está inscrita en el elipsoide $16x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 144$.

14. Sea C el arco contenido en el primer octante de la curva en que se intersecan el paraboloide $2z = 16 - x^2 - y^2$ y el plano $x + y = 4$. Encuentra los puntos de C más cercano y más alejado del origen.

15. Determina los extremos absolutos de la función $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2y + 4$ en el semicírculo delimitado por $y > 0$, $x^2 + y^2 \leq 4$

16. Determina los extremos absolutos de la función $f(x, y) = x^2 - y^2 + 2y$ en el recinto limitado por $y = x^2$, $y = 4$

17. Halla los extremos absolutos de la función $f(x, y) = x^2 + y^2$ en el círculo $x^2 - 2x + y^2 - 3 \leq 0$.

18. Calcula los extremos de la función $f(x, y) = x^2 + y^2 + x + y$ en el interior del círculo $x^2 + y^2 \leq 1$

19. Halla el valor máximo y el mínimo de la función $f(x, y) = x^2 + y^2$ en el recinto limitado por las rectas $y = 1 - x$, $y = 1 + x$, $y = -1 - x$ e $y = -1 + x$.

20. Halla los extremos absolutos de la función $f(x, y) = -x^2 + xy + y^2 - 6x$ en el recinto $A = \{(x, y)/0 \leq x \leq 5, -3 \leq y \leq 3\}$