# E.U. POLITÉCNICA
## CÁLCULO
9 de febrero de 2009

| |
|---|
| APELLIDOS Y NOMBRE: .......................................................................................................... |
| GRUPO: 1º ....... ESPECIALIDAD: ...................................... DNI: ........................ |

1. Determina y representa el dominio del campo escalar $f(x,y) = \dfrac{\sqrt{x^2+y^2-4}}{y}$

2. Calcula $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^4-y^2}{x^2-y}$

3. Utiliza polinomios de Taylor para aproximar el valor de $\mathrm{Ln}(0.2)$ y para resolver los siguientes límites:

   (a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x^3)-x^3}{x^9}$

   (b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(x-1)(1+\cos x)\operatorname{sen} x}{(x^3-x)\cos x}$

4. Dada la función $z$ definida implícitamente por $xy+xz+yz-\mathrm{e}^z=0$, calcula la ecuación del plano tangente a la gráfica de $z$ en el punto $(1,1,0)$.

5. La función $f(x,y) = 2\,\mathrm{e}^{-x^2-y^2}$ representa la densidad de un disco de metal centrado en el origen.

   (a) ¿En qué dirección crece la densidad más rápidamente a partir del punto $(1,2)$?

   (b) Halla el valor de la derivada en dicho punto en la dirección de mayor crecimiento.

   (c) Describe las curvas que unen puntos del disco donde la densidad es la misma (curvas de nivel de la función).

6. La temperatura en el punto $(x,y)$ del disco $\{(x,y) \mid x^2+y^2 \le 1\}$ viene dada por el campo escalar $T(x,y) = x^2+2y^2-x$. Determina los puntos más calientes y más fríos en el disco (asimismo justifica que dichos puntos existen).

7. Calcula, si converge, $\displaystyle\int_{-2}^{3} \frac{1}{x^2}$. ¿Cómo se interpreta en términos de áreas?

8. La base de un sólido es la región del plano $XY$ acotada por las gráficas de $y=x^2$ e $y=4$. Calcula el volumen del sólido sabiendo que la sección obtenida al intersecar con un plano perpendicular al eje $X$, es un semicírculo cuyo diámetro está en el plano $XY$.