1. α ángulo es tal que $\arccos(90-\alpha) = \dfrac{(1,-1,2)\circ(1,-1,1)}{\|(1,-1,2)\|\cdot\|(1,-1,-1)\|} = 0$ por tanto $90-\alpha = 90$, $\alpha = 0$

2. El área de la base es el área del paralelogramo formado por los vectores $(1,0,1)-(3,1,4) = (-2,-1,-3)$ y $(1,0,1)-(0,2,9) = (1,-2,-8)$ que es el módulo del producto vectorial de ambos. Por tanto el volumen es $V = 3\cdot\|(-2,-1,-3)\times(1,-2,-8)\|$

3. a) EL subespacio asociado S es $x-2y+z=0$, una de sus bases se obtienen de dos de sus puntos, $\vec{a}_1(1\ 0\ -1)$ $\vec{a}_2(0\ 1\ 2)$. Siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ la matriz de proyección es $P_S = A(A^tA)^{-1}A^t$.

b) $\vec{b}_S = P_S \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$

4) $\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{E^{-4}_{2,1}} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 11 & -4 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{E_2^{1/11}} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4/11 & 1/11 \end{array}\right) \xrightarrow{E^2_{1,2}} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3/11 & 2/11 \\ 0 & 1 & -4/11 & 1/11 \end{array}\right)$

La matriz $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = E^2_{1,2}\cdot E_2^{1/11}\cdot E^{-4}_{2,1}$ por tanto $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \left(E^2_{1,2}\cdot E_2^{1/11}\cdot E^{-4}_{2,1}\right)^{-1} = E^4_{2,1}\cdot E^{11}_2 \cdot E^{-2}_{1,2}$

Es el producto de tres transformaciones elementales: deslizamiento sobre eje y de factor 4, dilatación sobre eje y de factor 11 y deslizamiento sobre eje x factor -2.

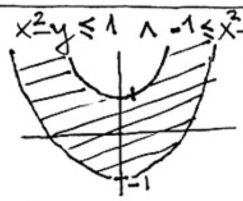
Los puntos de la recta $x+y=1$ son de la forma $(t, 1-t)$ por tanto se transforman en $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} t \\ 1-t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t-2+2t \\ 4t+3-3t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+3t \\ 3+t \end{pmatrix}$ recta que en paramétricas es $\begin{cases} x = -2+3t \\ y = 3+t \end{cases}$.

5. Dominio $f = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,/\, x^2-y \le 1 \wedge -1 \le x^2-y\}$

$x^2-1 \le y$

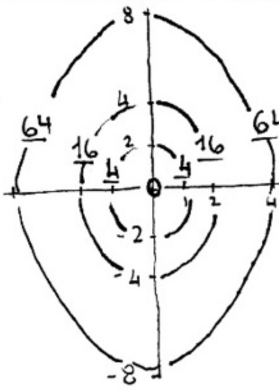
$\wedge$

$y \le x^2+1$ que corresponden al area sombreada.



Asignando valores de distintos niveles respectivamente: 0, 4, 16, 64.. tenemos las elipses

$\dfrac{x^2}{1^2}+\dfrac{y^2}{2^2} = 0$, $\dfrac{x^2}{1^2}+\dfrac{y^2}{2^2} = 1$, $\dfrac{x^2}{2^2}+\dfrac{y^2}{4^2} = 1$, $\dfrac{x^2}{4^2}+\dfrac{y^2}{8^2} = 1$



6. $F(x,y,z) = z^2-2x^2-2y^2-12$; $z_0 = \pm\sqrt{22}$; $\vec{\nabla} f(-1,2,\pm\sqrt{22}) = (-4x, -4y, 2z) = (4, -4, \pm 2\sqrt{22})$

Los planos tangentes son $(x+1, y-2, z\pm\sqrt{22})\circ(4,-4,\pm 2\sqrt{22})$ dos, uno para cada signo de $\sqrt{22}$.

Las rectas normales son $\dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y-2}{-4} = \dfrac{z-\sqrt{22}}{2\sqrt{22}}$, $\dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y-2}{-4} = \dfrac{z+\sqrt{22}}{-2\sqrt{22}}$.

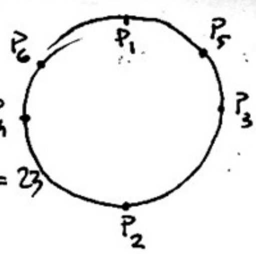
7. $L(x,y,\lambda) = 3x^2+y^3-\lambda(x^2+y^2-9)$

$\begin{cases} 6x-2\lambda x = 0;\ x(6-2\lambda) = 0 \\ 3y^2-2\lambda y = 0;\ \lambda = 3;\ 3y^2-6y = 0 \\ x^2+y^2-9 = 0 \end{cases}$

$x=0 \Rightarrow y = \pm 3$; $P_1(0,3)$, $P_2(0,-3)$

$\lambda = 3$: $y = 0 \Rightarrow x = \pm 3$ $P_3(3,0)$, $P_4(-3,0)$

$y = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$ $P_5(\sqrt{5},2)$, $P_6(-\sqrt{5},2)$



Evaluando los puntos $f(P_1) = f(P_3) = f(P_4) = 27$, $f(P_2) = -27$, $f(P_5) = f(P_6) = 23$

P_1, P_3, P_4 son máximos y P_2, P_5, P_6 son mínimos en el círculo.

8 $\left(\displaystyle\int_{\cos^3 x}^{\sqrt{2x}} (t - \mathrm{Ln}(t-1))\,dt\right)' = \sqrt{2x} - \mathrm{Ln}(\sqrt{2x}-1)\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2x}} - \left[\cos^3 x - \mathrm{Ln}(\cos^3 x - 1)\right]\cdot 3\cos^2 x\cdot(-\mathrm{sen}\,x)$.

En el punto 2, $\sqrt{4} - \mathrm{Ln}(\sqrt{4}-1)\cdot\dfrac{1}{\sqrt{4}} - \left[\cos^3 2 - \mathrm{Ln}(\cos^3 2 - 1)\right]\cdot 3\cos^2 2\cdot(-\mathrm{sen}\,2)$

9 $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{-|x|}dx = \int_{-\infty}^{0} e^{x}dx + \int_{0}^{\infty} e^{-x}dx = \lim_{t\to-\infty}\int_t^0 e^x dx + \lim_{t\to\infty}\int_0^t e^{-x}dx =$

$= \displaystyle\lim_{t\to-\infty} e^x\Big]_t^0 + \lim_{t\to\infty} -e^{-x}\Big]_0^t = \lim_{t\to-\infty}(1-e^t) + \lim_{t\to\infty}(-e^{-t}+1) = 1-0-0+1 = 2$