1) $z=\dfrac{11-2i}{1-2i}=\dfrac{(11-2i)(1+2i)}{1^2+2^2}=\dfrac{11-4i^2-2i+22i}{5}=\dfrac{15+20i}{5}=3+4i$

$|z|=\sqrt{3^2+4^2}=5.$ $\qquad \sqrt{z}=\sqrt{5}\left(\cos\dfrac{\operatorname{arctg}4/3+2k\pi}{2}+i\,\operatorname{sen}\dfrac{\operatorname{arctg}4/3+2k\pi}{2}\right)_{k=0,1}$

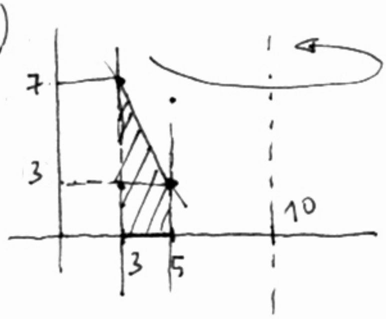
2) a) $e^{-x}\to 1-x+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3!}x^3$; $1-e^{-x}\to x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{6}x^3$;

$e^{1-e^{-x}}\longrightarrow e^{x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{6}x^3}\longrightarrow 1+\left(x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{6}x^3\right)+\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{6}x^3\right)^2+\frac{1}{3!}\left(x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{6}x^3\right)^3$

seleccionando coeficientes hasta el grado 3 queda: $1+x-\frac{1}{6}x^3$.

b) $\displaystyle\int_0^1 e^{1-e^{-x}}dx\approx\int_0^1 1+x-\frac{1}{6}x^3\,dx=\dots$

3)



La ecuación de la recta es $y-3=\dfrac{-4}{2}(x-5)$;
$y=-2x+13$; su inversa $x=-\frac{1}{2}y+\frac{13}{2}$
Haciendo los cálculos por discos,

$$V=\pi\int_0^7(3-10)^2dy-\pi\int_0^3(5-10)^2dy-\pi\int_3^7\left(-\tfrac{1}{2}y+\tfrac{13}{2}-10\right)^2dy$$

4) aa) $\sum\left|\dfrac{\cos n^3}{n^3}\right|<\sum\dfrac{1}{n^3}$ que converge por ser $3>1$. Por tanto $\sum\dfrac{\cos n^3}{n^3}$ es absolutamente convergente

ab) $\sum\dfrac{\sqrt{n}}{n^2+n}$ converge por tener mismo carácter que $\sum\dfrac{1}{n^{1,5}}$

b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left|\frac{\cancel{(-1)^n}\cdot(-1)\,\cancel{(x+2)^n}\cdot(x+2)}{\cancel{4^n}\cdot 4}:\frac{\cancel{(-1)^n}\cancel{(x+2)^n}}{\cancel{4^n}}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{4}|x+2|$ converge para

$\frac{1}{4}|x+2|<1$; $|x+2|<4$. Veamos en los extremos del intervalo $-6, 2$

Si $x=-6$; $\sum(-1)^n\dfrac{(-4)^n}{4^n}=\sum(-1)^n(-1)^n$ diverge

Si $x=2$; $\sum(-1)^n(-1)^n\dfrac{4^n}{4^n}=\sum 1$ diverge

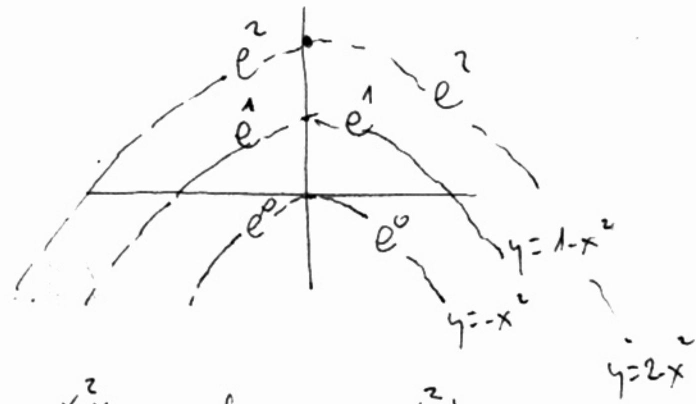
El campo de convergencia es $(-6,2)$.

5a) $\mathrm{Dom} f = \mathbb{R}^2$

Nivel e^0: $e^0 = e^{x^2+y}$; $-x^2 = y$

Nivel e^1: $e^1 = e^{x^2+y}$; $1-x^2 = y$

Nivel e^2: $e^2 = e^{x^2+y}$; $2-x^2 = y$



b) las derivadas parciales $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 2x e^{x^2+y}$, $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = e^{x^2+y}$ son continuas en cualquier punto, luego f es diferenciable y continua en todos sus puntos.

c) $\vec{\nabla} f(1,0) = \left(2x e^{x^2+y}, e^{x^2+y}\right) = \overrightarrow{(2e, e)}$

d) $\begin{vmatrix} x-1 & y-0 & z-e \\ 1 & 0 & 2e \\ 0 & 1 & e \end{vmatrix} = 0$

e) $\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} = 2x e^{x^2+y} \cdot 2t + e^{x^2+y} \cdot 3t^2$

6) $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - 4y = 0$; $x = 2y$ $\qquad P_1(4,2)$ $P_2(4/3, 2/3)$

$\frac{\partial f}{\partial y} = -4x + 3y^2 + 4 = 0$; $-4 \cdot 2y + 3y^2 + 4 = 0$; $3y^2 - 8y + 4 = 0$; $y_1 = 2$, $y_2 = 2/3$

$g(x,y) = \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -4 & 6y \end{vmatrix}$; $g(4,2) = 24-16 = 8 > 0 \wedge \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(4,2) = 2 > 0$; $(4,2)$ es MÍNIM

$g(4/3, 2/3) = 8-16 = -8 < 0$ $(4/3, 2/3)$ es PUNTO SILLA.