1 a) $4a+4bi-3a+3bi = a+7bi$; $\frac{1-18i}{2-i} = \frac{(1-18i)(2+i)}{5} = 4-7i$; entonces $\begin{matrix} a=4 \\ b=-1 \end{matrix}$ $\underline{z = 4-i}$.

b) Los valores de x que satisfacen $|2x^2-6x+4| > 3x$ satisfacen o bien $2x^2-6x+4 > 3x$ o bien $-3x > 2x^2-6x+4$. En el primer caso $2x^2-9x+4>0$ ecuación con raíces $1/2$ y 4 es positivo dos en $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (4,\infty)$. En el segundo caso $2x^2-3x+4<0$ no tiene raíces y la ecuación siempre es positiva. No hay. La solución final es la unión de las soluciones de ambos casos que se reduce a $(-\infty,\frac{1}{2}) \cup (4,\infty)$.

2) $f(x) = xe^x$ $x_0 = 0$ el valor a aproximar es $x = 0,1$. Las derivadas sucesivas:

$f'(x) = xe^x + e^x = (x+1)e^x$; $f''(x) = xe^x+e^x+e^x = (x+2)e^x$; ... $f^{(n)}(x) = (x+n)e^x$

El error que se comete si se aproxima $f(0,1)$ hasta grado n es, en valor absoluto,

$$|E_n(0,1)| = \left| \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} 0,1^{n+1} \right| = \frac{[c+(n+1)]e^c}{(n+1)!} 0,1^{n+1}, \text{ con } 0<c<0,1, \leq \frac{[0,1+(n+1)]e^{0,1}}{(n+1)!} 0,1^{n+1}$$

$$\leq \frac{[0,1+(n+1)]\,1,2}{(n+1)!} 0,1^{n+1}.$$

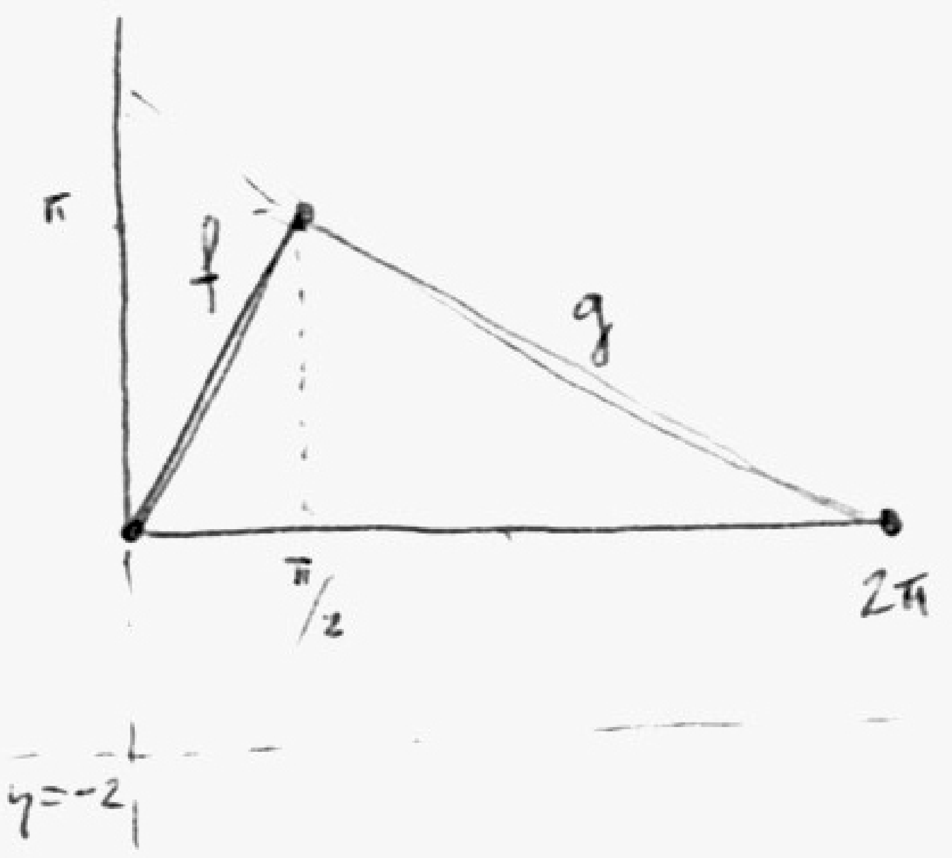
Si $n=2$ el error es menor que $0,00062$

Si $n=3$ " " " $0,0000205$

Si $n=4$ " " " $0,00000051 < 6 \cdot 10^{-6}$

La suma ha de hacerse hasta el polinomio de orden 4 ; $xe^x \simeq x + x^2 + \frac{x^3}{2!} + \frac{x^4}{3!}$

Luego $0,1e^{0,1} \simeq 0,1 + (0,1)^2 + \frac{(0,1)^3}{2} + \frac{(0,1)^4}{6} = 0,11051\overline{6}$ es la aproximación pedida.

3) 

$f(x) = 2x$

$g(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}\pi$

a) $2\pi \int_0^{\pi/2} x \cdot 2x\, dx + 2\pi \int_{\pi/2}^{2\pi} x\left(-\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}\pi\right) dx$

b) $\pi \int_0^{\pi/2} [2x-(-2)]^2 dx + \pi \int_{\pi/2}^{2\pi} \left[-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}\pi-(-2)\right]^2 dx - \int_0^{2\pi} [0-(-2)]^2 dx$

4) a) $\sum_1^\infty \frac{2^{2+n}}{3^{3+n}} = \sum_1^\infty \frac{2^2 \cdot 2^n}{3^3 \cdot 3^n} = \frac{4}{9}\sum_1^\infty \left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{4}{3} \frac{2/3}{1-2/3}$ converge.

b) $\sum_1^\infty (-1)^n \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) x^n = \sum_1 (-1)^n \frac{1}{n^2+n} x^n$

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{(-1)^n(-1) \frac{1}{(n+1)^2+(n+1)} x^n \cdot x}{(-1)^n \frac{1}{n^2+n} x^n} \right| = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2+n}{n^2+3n+2}|x| = 1 \cdot |x| \text{; Si } |x|<1 \text{ converge.}$$

El intervalo $(-1,1)$. En $x=1$ la serie $\sum_1^\infty (-1)^n \frac{1}{n^2+n}$ converge por ser absolutamente convergente. En $x=-1$ la serie $\sum \frac{1}{n^2+n}$ converge. Campo convergencia $[-1,1]$.

5 a) La función f es continua en $(0,0)$ ya que $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3-y^3}{x^2+y^2} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} x\cdot\frac{x^2}{x^2+y^2} - y\frac{y^2}{x^2+y^2} = 0\cdot\text{acotado} - 0\cdot\text{acot.} = 0$

Sus derivadas parciales en $(0,0)$ también existen:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(h,0)-f(0,0)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{\frac{h^3}{h^2}-0}{h} = \underline{1}\ ;\ \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(0,h)-f(0,0)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{-\frac{h^3}{h^2}-0}{h} = \underline{-1}$$

Pero la función no es diferenciable ya que no existe el límite

$$\lim_{(h,k)\to(0,0)}\frac{f(h,k)-1h+1k-0}{\sqrt{h^2+k^2}} = \lim_{(h,k)\to(0,0)}\frac{\frac{h^3-k^3}{h^2+k^2}-h+k}{\sqrt{h^2+k^2}} = \lim_{(h,k)\to(0,0)}\frac{h^3-k^3-(h^2+k^2)h+(h^2+k^2)k}{(h^2+k^2)\sqrt{h^2+k^2}} =$$

$$= \lim_{(h,k)\to(0,0)}\frac{-hk^2+h^2k}{(h^2+k^2)\sqrt{h^2+k^2}}$$ porque si $k=h$ resulta ser 0; y si $k=-h$

resulta $\lim_{h\to 0}\frac{-2h^3}{2h^2\sqrt{2h^2}} = \frac{-2}{2\sqrt{2}}$.

b) Puede, ya que existen las derivadas parciales en $(0,0)$, construirse un plano considerado tangente que resulta ser $x-y-z=0$. La aproximación $z(x,y)=x-y$ para $(0.1,-0.1)$ $z(0.1,-0.1) = 0{,}1+0{,}1 = 0{,}2$ no es representativa de una verdadera aproximación lineal ya que f no es diferenciable en $(0,0)$.

6) a) La superficie de nivel 0 de la función $F(x,y,z) = x^3+y^3-z$ tiene gradiente $(3x^2,3y^2,-1)$ que es normal al plano tangente a esa superficie. Si es a su vez perpendicular a $x+y+12z=0$ entonces $(3x^2,3y^2,-1)\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\12\end{pmatrix}=0$ de donde $\boxed{x^2+y^2=4}$.

b) f tiene en $(0,0)$ un punto crítico que no es extremo, ya que $f(0,0)=0 < f(h,h) = 2h^3$ si $h>0$, y $f(0,0)=0 > f(h,h) = 2h^3$ si $h<0$.

$$\left.\begin{array}{l} 3x^2-2x\lambda=0 \\ 3y^2-2y\lambda=0 \\ x^2+y^2=4\end{array}\right\}\quad \begin{array}{l} x(3x-2\lambda)=0\ ;\ x=0 \Rightarrow y=\pm 2 \quad P_1(0,2)\ \ P_2(0,-2) \\ y(3y-2\lambda)=0\ ;\ y=0 \Rightarrow x=\pm 2 \quad P_3(2,0)\ \ P_4(-2,0) \\ \text{Por otra parte } \lambda = \frac{3x^2}{2x} = \frac{3y^2}{2y} \text{ es decir } x=y \text{ entonces } P_5(\sqrt{2},\sqrt{2}) \\ \qquad P_6(-\sqrt{2},-\sqrt{2})\end{array}$$

Evaluando los puntos en f se tiene,

$f(P_1)=8$; $f(P_5)=4\sqrt{2}$; $f(P_3)=8$; $f(P_2)=-8$; $f(P_6)=-4\sqrt{2}$; $f(P_4)=-8$